MODELOVANJE KRIVE MAGNEĆENJA STRUJNIH REDUKTORA

Lj.Mladenović, PD Jugoistok-Niš, Srbija
D.Predić, PD Jugoistok-Niš, Srbija

UVOD

Problematika numeričkog modelovanja nelinearnih efekata u elektroenergetici se naročito nameće u oblasti relejne zaštite, zbog velikog uticaja zasićenja strujnog reduktora na rad mernih i zaštitnih uređaja. Mikroprocesorski uređaji su na to posebno osetljivi, jer je njihov rad zasnovan na analogno-digitalnoj konverziji, tj. na semplovima vrednosti merenih veličina. Iz toga proizilazi i potreba za modelovanjem krive magnećenja jezgra strujnog reduktora. U praksi se ono najčešće obavlja aproksimacijom sa dve prave, različitog nagiba, pri čemu prava manjeg nagiba opisuje oblast zasićenja.

Rad je nastao iz težnje da se formuliše i praktično primeni metoda modelovanja krive magnećenja koja je zasnovana na primeni splajnova. U radu je prvo obavljena aproksimacija realne krive magnećenja polinomnim splajnom. Zatim je, koristeći tu aproksimacionu funkciju, osmišljen algoritam za rešavanje nelinearne diferencijalne jednačine koja opisuje relacije između fizičkih veličina u sekundarnom kolu strujnog reduktora. Realna kriva magnećenja je preuzeta iz domaće stručne literature-Mitraković(1). Aproksimacija je pojednostavljena, težilo se sličnosti sa oblikom krive, dok su neki detalji izostavljeni da bi algoritam bio jednostavniji. Zbog toga je realna kriva magnećenja aproksimirana više suštinski, po obliku, dok se apsolutno poklapanje vrednosti u svim tačkama nije zahtevalo. Motiv je bio da se algoritam osmisli i zaokruži, da se kompletira, a u strukturi algoritma je obezbeđen prostor za kvantitavno proširenje novim detaljima.

RAD

Formiranje diferencijalne jednačine.

Elektromotorna sila E_2 indukovana u sekundarnom namotu usled fluksa u jezgru jednaka je:

$$E_2 = N_2 \cdot S \cdot \frac{db(i_m)}{dt} = N_2 \cdot S \cdot \frac{db(i_m)}{di_m} \cdot \frac{di_m}{dt} = R \cdot i_2 + L \cdot \frac{di_2}{dt}$$

U ovoj jednakosti N_2 označava broj navojaka sekundara, S presek magnetnog jezgra strujnog reduktora, $b(i_m)$ magnetnu indukciju, i_2 struju u sekundarnom kolu strujnog reduktora, dok su R i L oznake za sabranu otpornost, odnosno induktivnost, sekundarnog namotaja i priključenih uređaja, za koje se usvaja da su linearni elementi. Magnetnopobudna sila i_m, izražena u A/m, jednaka je:

$$i_m = \frac{N_1 \cdot i_1 - N_2 \cdot i_2}{q}$$

gde je q oznaka za srednju dužinu jezgra, i_1 za struju a N_1 za broj navojaka primara. Kada se u jednačini zameni $i_2 = \frac{N_1 \cdot i_1 - q \cdot i_m}{N_2}$ dobija se:

$$N_2 \cdot S \cdot \frac{db(i_m)}{di_m} \cdot \frac{di_m}{dt} + \frac{R \cdot q}{N_2} \cdot i_m + \frac{L \cdot q}{N_2} \cdot \frac{di_m}{dt} = \frac{R \cdot N_1}{N_2} \cdot i_1 + \frac{L \cdot N_1}{N_2} \cdot \frac{di_1}{dt}$$, odnosno

$$\left(N_2 \cdot S \cdot \frac{db(i_m)}{di_m} + \frac{L \cdot q}{N_2} \right) \cdot \frac{di_m}{dt} + \frac{R \cdot q}{N_2} \cdot i_m = \frac{R \cdot N_1}{N_2} \cdot i_1 + \frac{L \cdot N_1}{N_2} \cdot \frac{di_1}{dt} = g(t) \qquad (1)$$

Budući da se u radu teži da se za poznatu primarnu odredi sekundarna struja, primarna struja kao funkcija od vremena $i_1(t)$ posmatra se kao poznata, ulazna, veličina pa je takva i $g(t)$, koja je uvedena zbog bolje preglednosti:

$$\frac{R \cdot N_1}{N_2} \cdot i_1 + \frac{L \cdot N_1}{N_2} \cdot \frac{di_1}{dt} = g(t)$$

Potrebno je da se diferencijalna jednačina (1) reši po $i_m(t)$, da bi se dobila i $i_2(t)$.
Ako se funkcija zavisnosti magnetne indukcije od magnetnopobudne sile aproksimira kubnim splajnom, na deonicama između prevojnih tačaka (breaks) ona će biti predstavljena polinomom do najviše trećeg stepena: $b(i_m) = k_1 \cdot i_m{}^3 + k_2 \cdot i_m{}^2 + k_3 \cdot i_m + k_4$

Da je zavisnost magnetne indukcije od magnetnopobudne sile linearna, važila bi relacija

$$b(i_m + \Delta i_m) = b(i_m) + b(\Delta i_m)$$

Ona očigledno ne važi, što znači da se i_m dobija kao rešenje nelinearne diferencijalne jednačine. Nelinearne diferencijalne jednačine obično imaju oblik $\frac{dy}{dx} = f(y,x)$. Njihovim rešavanjem se dolazi do željene funkcije $y(x)$, koja se uglavnom dobija u tabelarnom obliku. Runge Kuta metode su toliko dominantno zastupljene da se nameću kao prva asocijacija.

Diferenciranjem obe strane gore prikazanog, uobičajenog, oblika diferencijalne jednačine se izvodi $y(x)$ svode na parcijalne izvode $f(y,x)$, za jedan nižeg reda. Runge Kuta metode su kolekcija aproksimativnih formula koje iz vrednosti funkcije računaju njene izvode, a zatim iz tih izvoda naredne vrednosti funkcije i tako. Prva u tom nizu se zadaje, početna, a ostale slede.
Nasuprot tome, diferencijalna jednačina (1), koja opisuje relacije između fizičkih veličina u sekundarnom kolu strujnog reduktora, se nakon simboličkog uprošćavanja radi bolje preglednosti svodi na oblik:

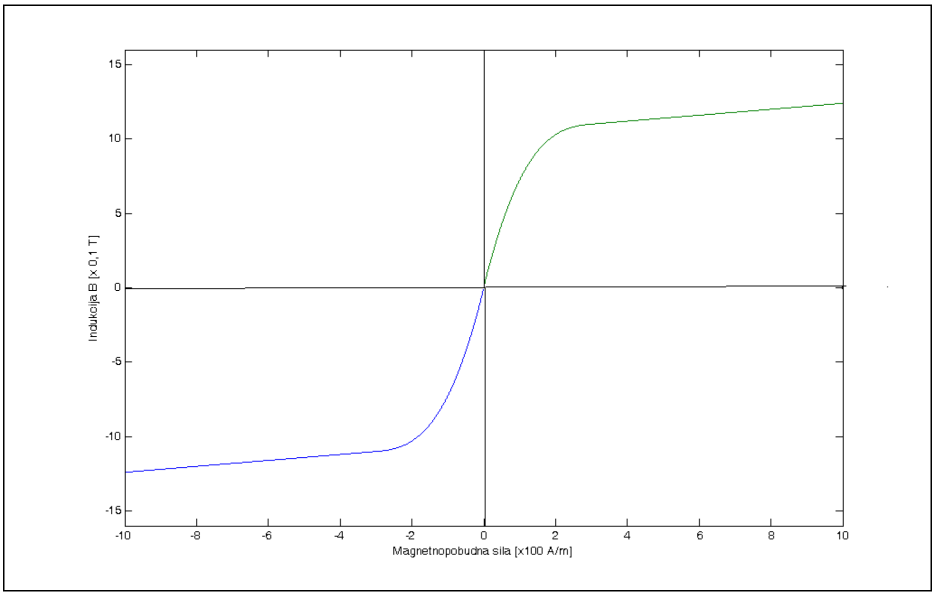
$$\frac{di_m}{dt} \cdot a(i_m) + i_m = g(t)$$

$$a(i_m) = c_1 \cdot i_m{}^2 + c_2 \cdot i_m + c_3$$

zbog koga joj Runge Kuta metode, u navedenom obliku, ne odgovaraju. Ali uz mala prilagođavanja može se sastaviti algoritam koji bi iskoristio sa jedne strane njihov princip a sa druge prirodne olakšice koje jednačina sadrži, pre svega činjenicu da je na desnoj strani poznata funkcija $g(t)$.

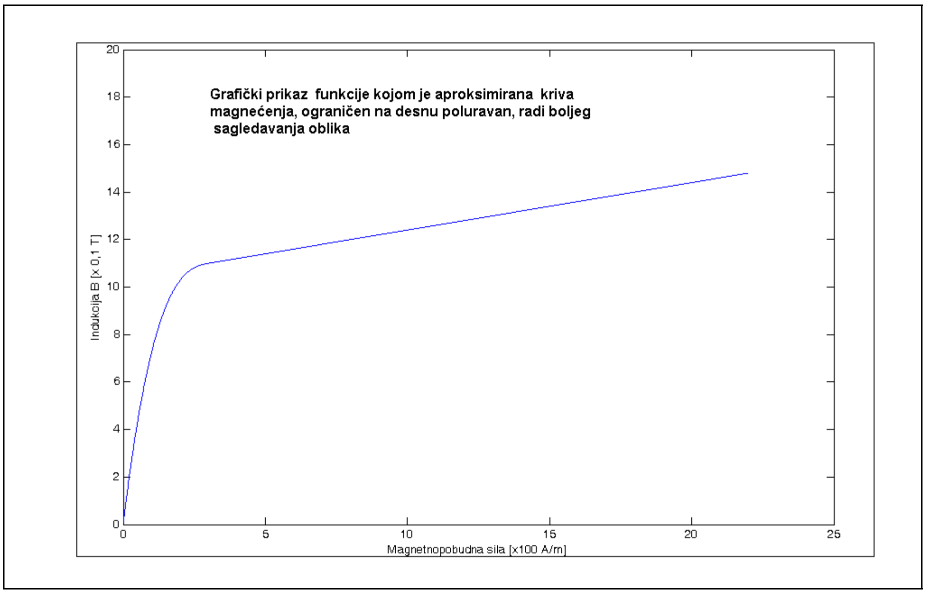
Modelovanje krive magnećenja

Zavisnost magnetne indukcije od magnetnopobudne sile aproksimirana je kubnim splajnovima, koji nakon prevojnih tačaka prelaze u prave. Pri tome je, naravno, očuvana neprekidnost prvog izvoda $\frac{db(i_m)}{di_m}$ u svakoj od prevojnih tačaka, što je velika prednost splajnova. Izabrana aproksimacija je prikazana grafikom na slici 1:



Slika br. 1

Radi bolje preglednosti, na slici 2 je prikazana izdvojena desna poluravan istog grafika.



Slika br. 2

Na slikama se vidi da aproksimacija zanemaruje neke karakteristike realne krive. Zanemaren je histerezis, a nagib krive kroz koordinatni početak i u oblasti zasićenja je konstantan. Ipak je ona usvojena jer je cilj bio da se dobije što jednostavniji algoritam, a i zato što se radi o kvantitativnim odstupanjima, koja se lako mogu otkloniti ako se celokupna realna kriva izrazi polinomima, odnosno algoritam se može i kasnije dopuniti potrebnim detaljima.

Rešavanje diferencijalne jednačine

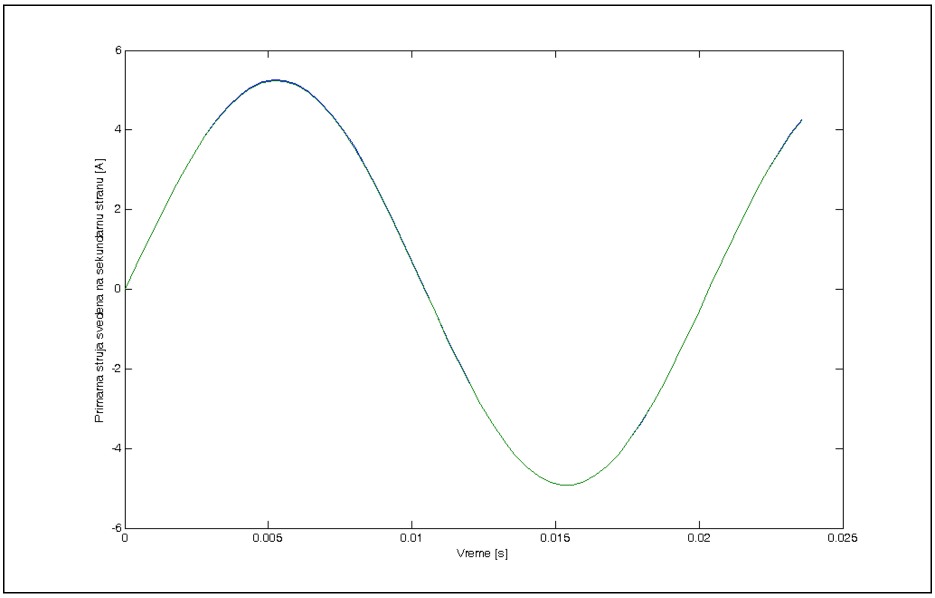
Nelinearna diferencijalna jednačina je rešena jednokoračnim algoritmom, koji na osnovu vrednosti iz prethodnog izračunana vrednost u narednom trenutku. Vremenski razmak između vrednosti je iskustveno izabran, a u programu je dat kao parametar koji se može menjati. Ulazne veličine su primarna struja i njena prva dva izvoda po vremenu. Budući da je za rešavanje nelinearnih diferencijalnih jednačina potrebno poznavati početne uslove (predistoriju problema) to je ovde, kao jednostavniji, analiziran slučaj uključenja izvoda, jer su tada početne vrednosti magnetopobudne sile, kao i primarne struje, jednake nuli. Algoritam za rešavanje nelinearne diferencijalne jednačine ne zavisi od oblika primarne struje.Rezultat izvršavanja programa je niz vrednosti magnetopobudne sile u posmatranim trenucima vremena.

Iako je bila namera da se prvobitno razmotri i opcija modelovanja krive magnećenja sa dve prave, pomenuta u uvodu, od toga se odustalo. Razlog je što se na taj način dobija ne samo očigledno slabija aproksimacija, nego je i algoritam, zasnovan na takvom modelu, složeniji. Iako prave svode nelinearnu jednačinu na dve linearne, što jeste olakšica, one istovremeno ukidaju i neprekidnost prvog izvoda u prevojnim tačkama. Time se nameće rešavanje jednačina kojima se precizno određuje vremenski trenutak u kome je magnetopobudna sila dosegla vrednost iz prevojne tačke, a takve jednačine nisu diferencijalne, ali nisu ni lake.

Rezultati primene algoritma

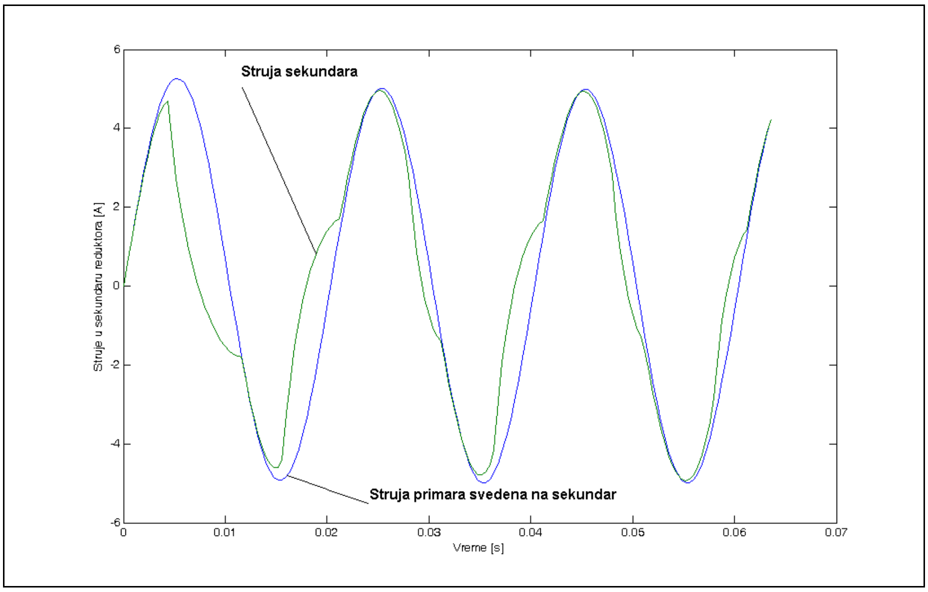
Da bi se algoritam isprobao, sastavljen je mali potprogram koji kreira niz vrednosti primarne struje, za idealizovani slučaj napajanja linearnog potrošača idealnom EMS, idealnim prostoperiodičnim naponom. Parametri početnog faznog stava, amplitude ustaljene struje i faktora snage se u tom potprogramu mogu menjati. Usvojene su vrednosti realnog strujnog reduktora, a elementi impedanse kojom je reduktor na sekundarnoj strani opterećen dobijeni su merenjem.

Na slici 3 je prikazan grafik na kome su nacrtane struja primara svedena na sekundar i sekundarna struja, za slučaj nominalne primarne struje i standardno opterećenog sekundara. Vidi se da se oba grafika skoro apsolutno podudaraju, ako se pažljivo pogleda uočavaju se male razlike.



Slika br. 3

Na slici 4 je prikazan grafik na kome su prikazane struja primara svedena na sekundar i sekundarna struja u slučaju kada je sekundar opterećen sa dodatnih $6\,\Omega$. Tada se ulazi u zasićenje, što se na slici 4 i vidi.



Slika br. 4

ZAKLJUČAK

Na osnovu dobijenih rezultata zaključuje se da je primena splajnova u cilju modelovanja krive magnećenja korisna, fleksibilna i da upućuje na analizu radi novih i efikasnijih mogućnosti primene. U tom cilju bi najpre trebalo sastaviti kvantitativno složeniji algoritam, sa više intervala i prevojnih tačaka, koji bi još tačnije aproksimirao realnu krivu. Pri tome treba težiti optimumu između suprotnih zahteva, da aproksimacija bude što tačnija a da algoritam koji iz nje proizilazi ostane dovoljno brz. Da bi se to postiglo treba razmotriti i mogućnosti brojnih poznatih metoda splajn aproksimacije, o čemu postoji izuzetno obimna literatura. Pored toga bi trebalo ispitati mogućnost primene algoritma i u drugim oblastima u kojima postoji potreba za modelovanjem nelinearnih relacija, izvan strujnih reduktora i merno-zaštitnih uređaja. Algoritam, u svakom slučaju, treba što više isprobavati i usavršavati.

LITERATURA

1. Mitraković B, 1959, „Transformatori“, „Naučna knjiga“, str. 102
2. Tošić D, 1982, „ Uvod u numeričku analizu“, „Naučna knjiga“
3. Schumaker L, 2007, „Spline functions basic theory“, „Cambridge University Press“
4. de Boor C, 2001, „A practical guide to splines“, „Springer“

Ljubomir Mladenović; 064/837-6006 ; ljubam@elektrotimok.rs
PD Jugoistok Niš
ogranak Elektrotimok Zaječar
Služba za PP,RZ i SDU
Generala Gambete 84
19000 Zaječar

Dragan Predić; 064/836-7900 ; draganp@elektrotimok.rs
PD Jugoistok Niš
ogranak Elektrotimok Zaječar
Služba za PP,RZ i SDU
Generala Gambete 84
19000 Zaječar